

Леонид Павлович Шильников

К 75-летию со дня рождения



Л. П. Шильников. Люксембург. Осень 2007 г.

17 декабря 2009 года исполнилось 75 лет замечательному ученому, выдающемуся специалисту по качественной теории и теории бифуркаций многомерных динамических систем, профессору Л. П. Шильникову. Его работы оказали решающее влияние на развитие как этой области математики, так и нелинейной динамики вообще. Результаты, полученные Л. П. Шильниковым, уже стали классическими и включены в большинство учебников и монографий, которые студенты во всем мире, специализирующиеся по дифференциальным уравнениям и нелинейной динамике, используют для изучения качественной теории динамических систем и хаоса. Более того, математические результаты Л. П. Шильникова оказывают столь решительное влияние на современную теорию динамического хаоса, что все больше и больше специалистов точного естествознания (физики, химики, биологи и др.) начинают применять соответствующие результаты и методы в своих конкретных исследованиях: это позволяет им не только лучше понять суть проблемы, но и дать адекватное математическое толкование результатов экспериментов. Все это является также результатом того международного авторитета, который Л. П. Шильников завоевал своими основополагающими работами по теории бифуркаций многомерных динамических систем, теории систем со сложным хаотическим поведением траекторий и теории странных аттракторов. Здесь им получены, за более чем 50-летний период научной работы, многочисленные фундаментальные результаты. Мы попытаемся перечислить некоторые из них, не претендуя, ни в коей мере, на полноту.

Начнем с его работ по теории глобальных бифуркаций многомерных динамических систем, которые заложили основы этой теории. Основные бифуркации систем на плоскости



Обладатель премии М. А. Лаврентьева Л. П. Шильников и А. Н. Шарковский — классики многомерной и одномерной динамики. Киев, Украина, 2005 г.

Л. П. Шильников рассказывает о методе усреднения Боголюбова – Митропольского на заседании Нижегородского математического общества в июне 2007 г. Он был первым президентом этого общества.

были открыты и исследованы А. А. Андроновым, Е. А. Леонтович еще в 30-е годы двадцатого столетия. Среди них было два важных типа нелокальных бифуркаций, связанных с переходом через систему с петлей сепаратрисы либо седлового, либо седло-узловое состояния равновесия. В конце 50-х и начале 60-х годов Л. П. Шильников изучил многомерные аналоги этих нелокальных бифуркаций и нашел условия (называемые теперь условия Шильникова), при которых из петли рождается ровно одна периодическая траектория определенного типа устойчивости (зависящего от характера собственных значений состояний равновесия). Эти исследования были еще в русле традиционных направлений, развивавшихся в горьковской школе А. А. Андропова.

Однако вскоре после этого Шильниковым было обнаружено совершенно неожиданное и принципиально новое явление, полностью изменившее взгляды на динамику многомерных систем (размерности три и выше) и связанное с тем, что бифуркация гомоклинической петли состояния равновесия типа седло-фокус может проходить в классе систем со счетным множеством периодических траекторий. Здесь, как показал Л. П. Шильников, в любой окрестности гомоклинической петли уже имеется счетное число «подков Смейла» для соответствующего отображения Пуанкаре, что свидетельствует о хаотичности системы. Заметим, что это открытие дало пример «живых» систем с хаотическим поведением, и оно фактически ознаменовало начало становления теории «спирального хаоса», теории странных аттракторов, содержащих (шильниковские) седло-фокусы. В настоящее время уже никто не оспаривает существования этого явления в многомерных системах, вне зависимости от их происхождения, будь то математика, физика или биология. А вот в 1965 году никто даже не подозревал, что простая бифуркация способна привести к хаосу. Для самого Шильникова это открытие стало отправной точкой в поиске других примеров этого явления.



На конференции «Bifurcations and Chaos-2005» в честь 70-летия Л. П. Шильникова.
В. С. Гонченко, А. Ю. Жиров, С. В. Гонченко, Л. П. Шильников, Е. А. Сатаев, Р. В. Плыкин.
Нижний Новгород, 2005 г.

Что же касается многомерного обобщения бифуркации петли сепаратрисы состояния равновесия типа седло-узел, то здесь тоже не обошлось без неожиданностей. Оказалось, что если у негрубого состояния равновесия типа седло-седло (в трехмерном случае оно имеет нулевой, положительный и отрицательный характеристические корни) существует несколько трансверсальных гомоклинических петель (это всегда условие коразмерности один, независимо от числа петель), то при исчезновении состояния равновесия на месте гомоклинического букета возникнет сложное хаотическое инвариантное множество. По сути, это был первый пример бифуркации «гомоклинического омега-взрыва», происходящей на границе систем Морса–Смейла, в результате которой хаотическая динамика возникает сразу — взрывом.

К тем же 60-м годам относятся и знаменитые работы Л. П. Шильникова, в которых им была окончательно решена так называемая задача Пуанкаре–Биркгофа о структуре множества траекторий, целиком лежащих в окрестности грубой (трансверсальной) гомоклинической орбиты Пуанкаре. При этом Шильников показывает, что данное множество является гиперболическим (локально максимальным) инвариантным множеством, сопряженным с некоторой нетривиальной подсистемой топологической схемы Бернулли из двух символов. А это означает, что существование у динамической системы грубой гомоклинической орбиты Пуанкаре можно рассматривать как универсальный критерий хаотического поведения. Заметим, что стандартная ссылка на этот результат в западных работах — это статья С. Смейла, опубликованная несколько ранее. Однако следует отметить, что Шильников дает полное описание указанного множества траекторий, тогда как Смейл описывает только некоторое его инвариантное подмножество, и при этом использует линеаризацию —



А. Д. Морозов, М. И. Малкин, Л. П. Шильников и Л. М. Лерман. Нижний Новгород, 2006 г.

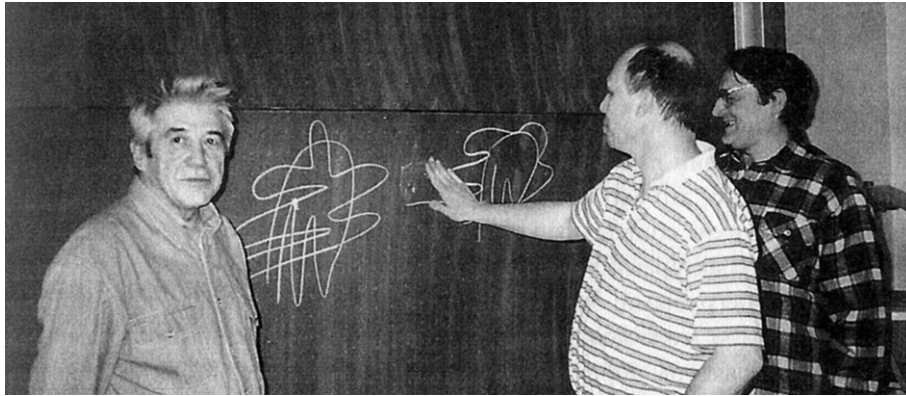
дополнительное предположение, не относящееся к сути дела, и которого может не быть (например, при наличии резонансов), хотя результат остается верным. Для преодоления трудностей работы с нелинейной системой в окрестности периодической траектории Шильников придумывает новую технику «краевой задачи», которая потом была развита и использована им и его учениками во многих других задачах. В частности, таким путем были изучены структура множества траекторий вблизи гомоклинической трубы инвариантного тора, вблизи гомоклинической траектории в бесконечномерной системе, а также вблизи аналога гомоклинической структуры в неавтономных системах (последние два результата — совместно с Л. М. Лерманом).

Начиная с 70-х годов, основные научные интересы Л. П. Шильникова концентрируются вокруг задач, связанных с исследованием сложной хаотической динамики многомерных систем. В этом цикле задач одними из наиболее важных являются те, решение которых позволяет ответить на естественный вопрос: какие бифуркации приводят от грубых систем с простой структурой (так называемых систем Морса–Смейла) к системам со сложным поведением? Это является частью проблемы о сценариях перехода к хаосу. Здесь было получено много интересных результатов, упомянем только два из них.

Первый — это переход к хаосу через гомоклиническое касание. Основные свойства соответствующих глобальных бифуркаций были изучены первоначально в ставшей теперь классической совместной работе с Н. К. Гавриловым начала 70-х годов. Затем, уже в 80-х, исследования по этой тематике были продолжены с новыми соавторами — С. В. Гонченко и Д. В. Тураевым. При этом были получены весьма значительные, совершенно неожиданные и интересные результаты, которые в совокупности с теорией Ньюхауса о всюду плотной негрубости составляют в настоящее время фундамент теории «гомоклинического хаоса».¹ Заметим, что работы по этой тематике активно продолжаются и в настоящее время.

Другая бифуркация, изученная совместно с В. С. Афраймовичем (начиная с 1974 г.), — исчезновение седло-узловой периодической траектории в многомерной системе в случае,

¹Интересующийся читатель может обратиться к сборнику статей «Гомоклинические касания», опубликованному в 2007 г. в издательстве «РХД».



Как расплести гомоклиническое переплетение?

Л. П. Шильников, Д. В. Тураев и С. В. Гонченко. Берлин, 2004 г.



На «другом заседании»: основные «докладчики» В. С. Афраймович, Я. Уманский, Л. П. Шильников, Г. М. Заславский, Л. А. Бунимович (хозяин). Председатель в окружении жены Л. И. Шильниковой и внучки Лукии. Атланта, США, 2007 г.

когда неустойчивое многообразие периодической траектории возвращается в устойчивую область периодической траектории. На первый взгляд кажется, что после исчезновения периодической траектории всегда должен появляться двумерный гладкий устойчивый инвариантный тор. Однако здесь было открыто новое динамическое явление, когда при критическом значении параметра существует «негладкий тор», который разрушается при исчезновении седло-узловой периодической траектории, порождая в своей окрестности хаотическое множество. Фактически, здесь был обнаружен и исследован новый типичный механизм перехода к хаосу через разрушение двумерных торов. До этого был известен только сценарий Рюэля–Такенса перехода к хаосу при возмущении квазипериодического движения. Сразу же оказалось, что новый сценарий является типичным для большого класса систем из приложений, и для него было придумано специальное наименование «тор-хаос».

Другая бифуркация такого же типа, связанная с исчезновением седло-узловой периодической траектории, уже имеющей гомоклиническую орбиту, была изучена совместно с В. И. Лукьяновым (1978). Этот результат дал, в частности, теоретическое объяснение



Разговор о регулярной и хаотической динамике. С И. С. Мамаевым и А. В. Борисовым.
Суздаль, 2006 г.

известного явления «перехода к хаосу через перемежаемость», которое обнаруживается во многих прикладных задачах. Позже (1995) в совместной работе с Д. В. Тураевым было получено обобщение этих конструкций, которое дало новые примеры бифуркаций, объединенные термином «катастрофа голубого неба». Было показано, в частности, что такие бифуркации могут приводить к образованию странных гиперболических аттракторов. Кроме того, была указана новая бифуркация такого типа, которая отвечает потере устойчивости периодической траектории. Таким образом, была открыта новая (седьмая, через продолжительное время после известных классических шести) основная граница области устойчивости состояний равновесия и периодических орбит.

Одной из основных традиций горьковской школы нелинейных колебаний Андропова является постоянный интерес к прикладным задачам. Поэтому для Л. П. Шильникова был и остается вполне естественным подход к решению различных теоретических задач при таком разумном минимуме исходных предположений, который позволяет применять развитые методы для исследования прикладных проблем. Одной из таких задач, ставшей очень популярной в середине 70-х годов, оказалась задача исследования хаотического поведения траекторий в системе Лоренца (которая моделирует конвективные движения в плоском слое жидкости, подогреваемом снизу). Изучение соответствующей системы дифференциальных уравнений, как полагал Л. П. Шильников, должно было стать важным шагом в более глубоком понимании природы динамического хаоса. Поэтому для решения данной задачи Шильниковым была создана группа из его сотрудников.

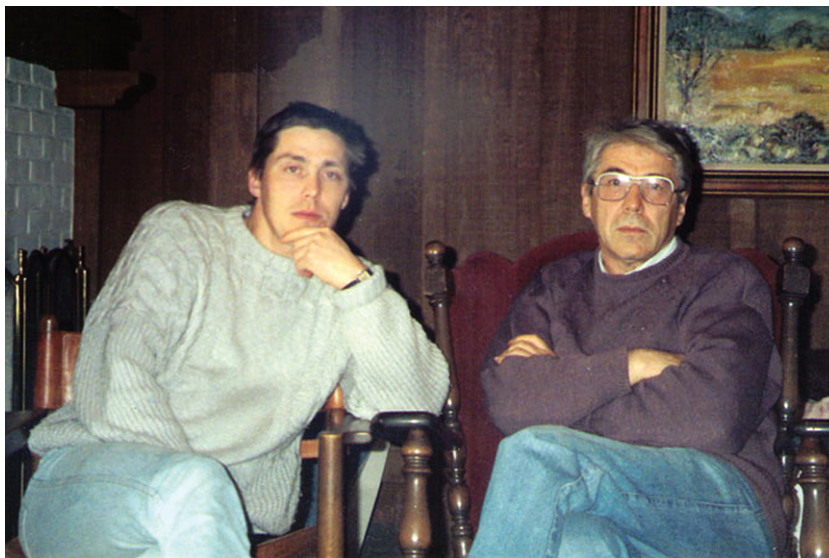
После проведения компьютерных экспериментов бифуркационный сценарий образования аттрактора стал ясным (здесь-то и сработал весь предыдущий опыт изучения бифуркаций в дифференциальных уравнениях, он помог понять, что нужно считать). При этом возникла естественная проблема создания адекватной математической модели, имеющей обнаруженные свойства. Это было сделано в двух знаменитых работах 1977 и 1982 годов, написанных совместно с В. С. Афраймовичем и В. В. Быковым. В них описана структура аттрактора Лоренца, показано, что это настоящий странный аттрактор (без устойчивых периодических траекторий), который, однако, структурно неустойчив, что существенно отличает его от хорошо изученных к тому времени гиперболических аттракторов. Заметим,



Леонид Шильников — студент физ.-мат. факультета Горьковского государственного университета.
Лучшие мысли приходят на реке при хорошем табаке.



За любимым занятием: «починка рыболовной снасти». Главным увлечением ЛП после науки всегда была и по-прежнему остается рыбалка. На озере Ланьер в Атланте, 2007 г.
Людмила Ивановна и ЛП во Флориде, на берегу Мексиканского залива, весна 2007 г.



Во время работы над книгой: с сыном Андреем в Беркли, США, 1993 г.

что практически в то же самое время появились многочисленные работы других исследователей, посвященные аттрактору Лоренца (Р. Вильямса, Дж. Гукенхеймера, Дж. Каплана, Дж. Йорка и др.), т. е. эта тема была на самом переднем фронте исследований в этой области. При этом теория Афраймовича–Быкова–Шильникова оказалась наиболее полной, и она позволила даже предсказать некоторые специфические особенности аттракторов лоренцевского типа (существование лакун и т. п.).

С тех пор появилось большое число работ, в которых развивались исследования в направлениях, начатых как самим Л. П. Шильниковым, так и совместно с его учениками и сотрудниками. Многие важные результаты появились совсем недавно. Так, совместно с Д. В. Тураевым была разработана «теория псевдо-гиперболических странных аттракторов», которую можно рассматривать как далеко идущее обобщение теории аттракторов Лоренца. Такие аттракторы были обнаружены уже в ряде конкретных систем и, более того, с определенной долей уверенности можно думать, что вместе с гиперболическими аттракторами и аттракторами Лоренца они составляют тот самый класс «настоящих странных аттракторов».

В течение многих лет Л. П. Шильников был заведующим лабораторией в отделе дифференциальных уравнений НИИ прикладной математики и кибернетики (НИИ ПМК), руководимом Е. А. Леонтович-Андроновой. С 1984 г. он становится заведующим этим отделом. Леонид Павлович всегда был заинтересованным и внимательным руководителем для своих учеников (Н. К. Гаврилов, В. С. Афраймович, А. Д. Морозов, Л. М. Лерман, Л. А. Беляков, В. В. Быков, В. И. Лукьянов, С. В. Гонченко, М. И. Малкин, Д. В. Тураев, А. Н. Баутин, А. Л. Шильников, М. В. Шашков, И. В. Белых, О. В. Стенькин, В. С. Гонченко, И. И. Овсянников, В. С. Бирагов), многие из которых стали активными, самостоятельно работающими математиками, и чутким по отношению к коллегам и сотрудникам (С. Х. Арансон, Я. Л. Уманский, В. З. Гринес, Г. М. Полотовский и др.). При этом всем им была хорошо известна его принципиальная научная позиция, которая приводила к тому, что плохие или недоделанные работы просто не могли «выйти из отдела». С другой стороны, многие интересные, но «сырые» результаты активно обсуждались на знаменитых (для нижегородских математиков) семинарах под руководством Шильникова. В результате соот-

ветствующего «бурного обсуждения» часто появлялось новое, порою весьма неожиданное, понимание предмета, о котором автор доклада и не догадывался.

Л. П. Шильников является автором почти двух сотен статей и нескольких монографий, включая книги «Теория бифуркаций» (в соавторстве с В. И. Арнольдом, В. С. Афраймовичем, Ю. С. Ильяшенко) на русском (1986) и английском (1994) языках и «Методы качественной теории в нелинейной динамике», части I и II (в соавторстве с А. Л. Шильниковым, Д. В. Тураевым и Л. Чуа) (1998, 2001), недавно выполнены переводы этой книги на русский (издательство «РХД», 2003, 2009) и китайский (2010) языки.

Для нас, учеников и сотрудников Леонида Павловича Шильникова — бывших и настоящих, совершенно очевидно, что он является одним из наиболее видных специалистов в этой области с широким кругозором и тонким пониманием деталей. Хочется отметить одну особенность стиля Шильникова — «неаксиоматический» подход к динамическим системам: условия его теорем всегда легко проверяемы, а заключения дают существенное новое знание о сложной динамике системы. Это служит одной из основных причин, почему многие специалисты из различных областей науки (математики, физики, химии, биологии, инженеры) имели и продолжают поддерживать тесные контакты с Л. П. Шильниковым. Многие ученые признают большое влияние на их собственное профессиональное развитие идей, да и самой личности, Шильникова. В 2001 г., по представлению видных немецких деятелей науки, ему была присуждена стипендия немецкого фонда А. Гумбольдта. Признанием научных заслуг Л. П. Шильникова стало присуждение ему премии А. М. Ляпунова Российской академии наук (1998) и премии М. А. Лаврентьева Национальной академии наук Украины (2005). Л. П. Шильников — член редакций нескольких международных журналов. Его постоянно приглашают на различные конференции, проводимые в России и за рубежом; его лекции слушали в ведущих университетах и исследовательских центрах Англии, США, Бельгии, Франции, Израиля, Германии, Италии, Китая.

Мы желаем ЛП, как мы его обычно называем между собой, крепкого здоровья, успехов в науке, хороших учеников и удачи!

В. С. Афраймович, профессор университета
Сан Луис Потоси, Мексика,

Л. М. Лерман, профессор ННГУ, Россия

С. В. Гонченко, ведущий научный сотрудник
НИИ ПМК, Россия